

ШИФР 09-114

Олимпиадная работа  
муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников

по математике

учащейся 9 класса

муниципального автономного общеобразовательного учреждения  
«Средняя школа №19 – корпус кадет «Виктория» Старооскольского городского округа

**Башковой Нины Павловны**

Педагог-наставник:  
учитель математики  
муниципального автономного  
общеобразовательного учреждения  
«Средняя школа №19 – корпус кадет «Виктория»  
Старооскольского городского округа  
Бондарева Татьяна Григорьевна

Задание 9.1

Дано:

32 человека  
16 ижецов  
16 рыцарей

N	n(n)	кол-во баллов	фамилия
1	7	7	А.А. Костомаров
2	1	1	А.А. Костомаров
3	X	X	А.А. Костомаров
4	0	0	А.А. Костомаров
5	3	3	А.А. Костомаров
	11	11	А.А. Костомаров

Результаты опроса: 8 ответов "0", 8 ответов "1", 8 ответов "2" и 8 ответов "3"  
Наибольшее количество монет суммарно - ?

Решение:

1) 16 рыцарей, которые всегда говорят правду и 16 ижецов. Чтобы определить наибольшее количество монет возьмём две вооружённые группы с ответами "2" и "3", предположим, что это рыцари и они сказали абсолютную правду.

$$(8 \cdot 2) + (8 \cdot 3) = 16 + 24 = 40 \text{ монет} - \text{осталось рыцарей}$$

2) Предположим остальные 16 человек ижецы.

Было получено 8 ответов "0" и 8 ответов "1" → так как все эти ответы ложные, то можно предположить, что каждому из них дали по 3 монеты (берём наибольшее значение по условию задачи)  
 $16 \cdot 3 = 48 \text{ монет} - \text{осталось ижецов}$

3) Складываем общее количество монет.

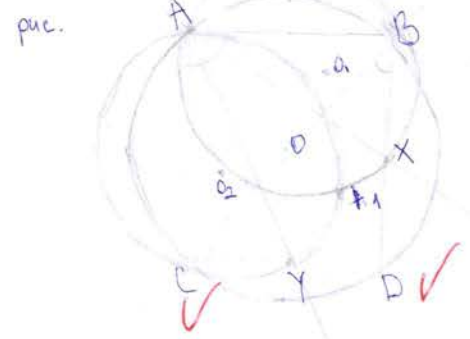
$$40 + 48 = 88 \text{ монет} - \text{суммарно на 32 человека}$$

Ответ: 88 монет

Задание 9.4

Дано:

- Окружность  $\sigma$
- Четырёхугольник ABCD
- Прямая  $\ell$
- Треугольники ABX и ACY



Доказать, что окружности  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  касаются - ?

Решение:

- Предположим, что четырёхугольником является квадрат и вписан в окружность
- Отметим точки X и Y на середине отрезков BD и CD. Проведём две прямые AX и AY

3) Означим, что получимся для равных треугольника (по двум углам)  
4) Обозначим окружности  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  по 2-м треугольникам  $ABX$  и  $ACY$   
Окружности являются касательными если имеют одну и более общих точек взаимодействия (пересечения)

Окружности  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  имеют две общие точки пересечения. А и  $A_1$  следовательно являются касательными.

Это и требовалось доказать.

Ответ: окружности около треугольников  $ABX$  и  $ACY$  - касаются.

### Задание 9.2

Возьмём несколько первых двухзначных чисел  
 $10; 11; 12; 13; 14 \rightarrow$  сложим их сумму цифр  
 $(1+0); (1+1); (1+2); (1+3); (1+4) \rightarrow 1; 2; 3; 4; 5$

Может заметить, что сумма цифр этих чисел образует последовательные натуральные числа. Закончим цепочку  
 $10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20; 21; 22; 23; 24; 25; 26; 27$

$1+0; 1+1; 1+2; 1+3; 1+4; 1+5; 1+6; 1+7; 1+8; 1+9; 2+0; 2+1; 2+2; 2+3; 2+4; 2+5; 2+6; 2+7$

Следовательно сумма цифр  $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27$

Ответ: да, существует.

### Задание 9.5

- $a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 \rightarrow 11$
- $a_2 \times a_3 \times a_4 \times a_5 \rightarrow 12$
- $a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6 \rightarrow 13$
- $a_4 \times a_5 \times a_6 \times a_7 \rightarrow 14$
- $a_5 \times a_6 \times a_7 \times a_8 \rightarrow 15$

Кратные числам  $11, 13, 17, 19$  - они сами и 1  
Пр. Составить числа 13 и 11 возможно только умножив их самих на 1 ( $13 \times 1; 11 \times 1$ ). При этом остаются не взявшие числовые значения  $a_n$

Чтобы составить левую сторону нам не хватает числовых значений. В условии задания не говорится о повторе чисел, только об образовании последовательности. Таким образом невозможно выбрать числа  $a_1, a_2, \dots, a_n$  так чтобы их произведение и уникальность  
Ответ: нельзя